LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova final - 18/06/2011 - Prof. Marcus Ramos

1 ª - (1 ponto) Considere a gramática abaixo:

- Qual é o tipo mais restrito dessa gramática?
  Tipo 0 (ou irrestrita), pois a regra T $\rightarrow \varepsilon$ impede que ela seja caracterizada como sendo do tipo 1.

- Descreva informalmente, e através de exemplos, a linguagem por ela gerada;
  Essa gramática gera a linguagem $\{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$. Exemplo de derivação:
  S⇒aAS⇒aAbBSaAbBaAS⇒aAbBaAbBS⇒aAbBaAbBT⇒aAbBaAbBT⇒abABaAbBT⇒abAaBAbBT⇒abaABAbBT⇒abaABbABT⇒abaAbBABT⇒ababABABT⇒ababABATb⇒ababABTab⇒ababATbab⇒ababTabab⇒abababab

- Descreva com suas próprias palavras a estratégia usada pela gramática para gerar a linguagem em questão. Seja claro e conciso.

S → aAS | bBS | T	Bb → bB
Aa → aA	BT → Tb
Ab → bA	AT → Ta
Ba → aB	T → ε

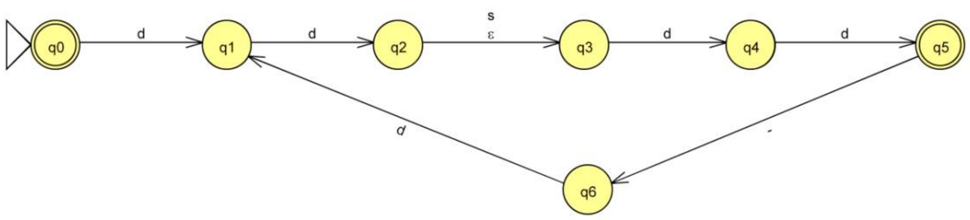
A raiz da gramática (S) gera uma seqüência arbitrária de aA e bB, terminando com T (regra inicial). A forma sentencial assim obtida possuirá o formato (aA|bB)*T. As regras seguintes (Aa→aA, Ab→bA, Ba→aB e Bb→bB) permitem que os símbolos terminais se desloquem para a esquerda, e que os não-terminais se desloquem para a direita. Ao término desse processo, as subcadeias serão idênticas, exceto pelo fato de a subcadeia da direita ser formada apenas por símbolos não-terminais ao passo que a da esquerda é formada apenas por símbolos terminais. A conversão dos não-terminais para os símbolos terminais correspondentes é feita pelas duas penúltimas regras (BT→Tb e AT→Ta), que também deslocam o T para a esquerda (esse símbolo é usado como marcador para permitir a conversão do não-terminal no terminal correspondente. Quando não houverem mais conversões para serem feitas, o símbolo T é eliminado da forma sentencial pelo uso da última regra (T→ε).

2 ª - (1,5 ponto) Um autômato finito com até 101 estados, sobre o alfabeto de entrada $\{a,b,c,\dots z\}$ pode ser codificado na forma de uma cadeia sobre o alfabeto $\{0,1,\dots,9,a,b,c,\dots z,-\}$ da seguinte forma:

- o estado 00 é inicial;
- os estados 00 a 49 são não-finais;
- os estados 50 a 99 são finais;
- uma transição não-vazia é representada como $oo\sigma dd$, onde $o,d \in \{0,1,\dots,9\}$ e $\sigma \in \{a,b,c,\dots,z\}$, denotando $\delta(oo,\sigma) = dd$;
- uma transição em vazio é representada como $oodd$, onde $o,d \in \{0,1,\dots,9\}$ denotando $\delta(oo,\sigma) = dd$;
- um autômato pode ter zero ou mais transições;
- transições consecutivas são separadas pelo símbolo " $-$ ";
- transições repetidas são permitidas.

Por exemplo, a cadeia 00a00-0050-50b50 representa um autômato que reconhece a linguagem a^*b^*.

- Obtenha um autômato finito que reconhece cadeias escritas nessa forma e que representam autômatos finitos válidos;

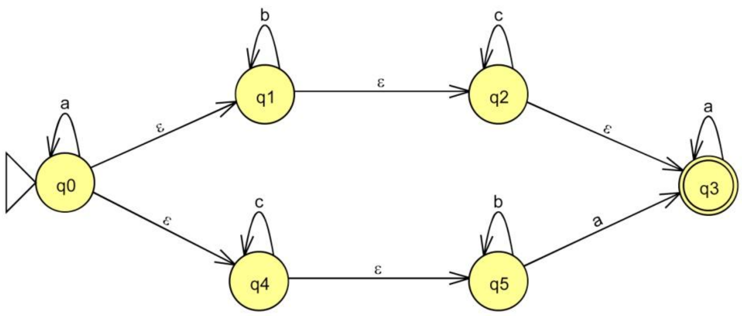


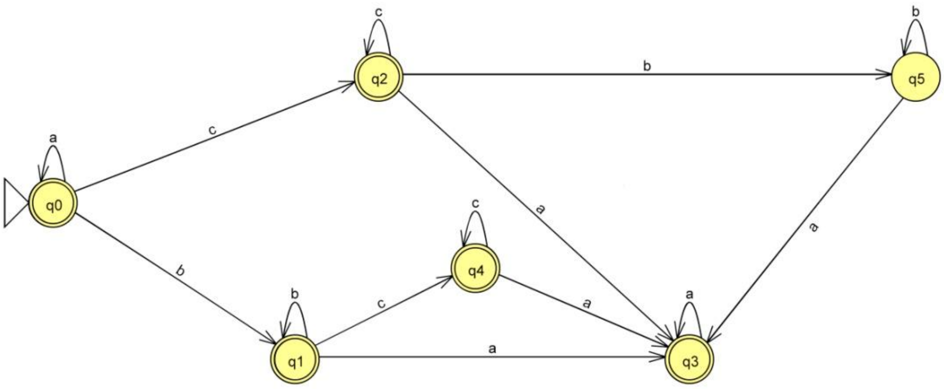
- Obtenha uma expressão regular que represente essa linguagem;
  $\varepsilon|dd(s|\varepsilon)dd(-dd(s|\varepsilon)dd)^*$, com $d = (0|1|2|\dots|9)$ e $s = (a|b|c|\dots|z)$

- Obtenha uma gramática linear à direita que gere essa linguagem.
  S→ε
  S→dA
  A→dB
  B→sC
  B→C
  C→dD

D→dE
E→ε
E→-F
F→dA

3 ª - (1,5 ponto) Obtenha um autômato finito determinístico, sem transições em vazio, sem estados inúteis e sem estados inacessíveis que seja equivalente ao autômato abaixo:

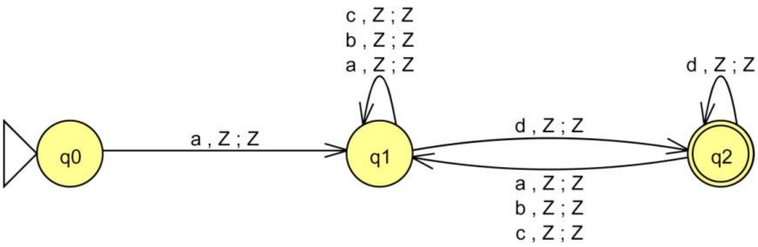




4 ª - (1 ponto) Considere a linguagem L composta por todas as cadeias sobre o alfabeto $\{a, b, c, d\}$ tais que elas não começam com aa nem terminam com ddd. Qual é o tipo dessa linguagem? Prove a sua resposta.
L_1 - começam com aa: $aa(a|b|c|d)^*$
L_2 - terminam com ddd: $(a|b|c|d)^*ddd$
Pelo fechamento das linguagens regulares em relação às operações de complementação e intersecção, segue que a linguagem original $\neg L_1 \cap \neg L_2$ é regular.

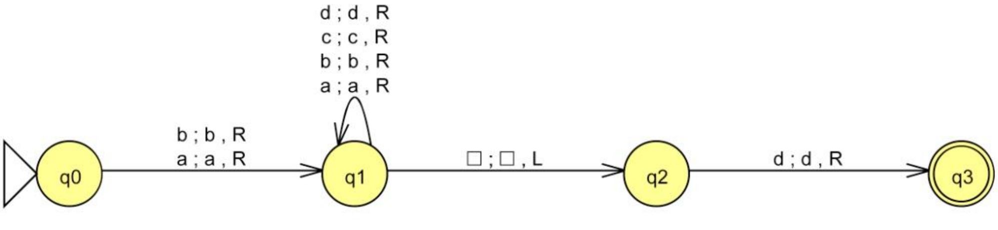
5 ª - (2 pontos) Considere a linguagem $(a|b)(a|b|c|d)^*d$ e obtenha:

- Um autômato de pilha que a reconheça;



Critério estado final.

- Uma Máquina de Turing com fita limitada que a reconheça.



6 ª - (1 ponto) Se L_1 contém apenas cadeias α de comprimento $min_1 \leq |\alpha| \leq máx_1$, e L_2 contém apenas cadeias β de comprimento $|\beta| \leq máx_2$, então qual é o tipo mais restrito de $L_1 \cup L_2$ e de $L_1 \cap L_2$? Justifique sua resposta.
L_1 e L_2 são finitas e portanto regulares. Como as linguagens regulares são fechadas em relação às operações de união e intersecção, segue que $L_1 \cup L_2$ e $L_1 \cap L_2$ são também regulares.

7 ª - (1 ponto) Seja Σ um alfabeto e V um vocabulário.

- Considere o conjunto de todas as expressões regulares que podem ser construídas sobre o alfabeto Σ. Prove que esse conjunto não é regular;

  Não é regular por causa do balanceamento de parênteses nas expressões regulares. Suponha Σ={a}, considere que n seja a constante do Pumping Lemma para as linguagens regulares e seja a sentença $w = (^n a)^n$, uma expressão regular válida sobre Σ, $|w| = 2n + 1 \geq n$. Então, $w = xyz$, com $|xy| \leq n$ e $|y| \geq 1$. Logo, a cadeia y é formada apenas por símbolos "(", e qualquer bombeamento i da mesma resulta numa cadeia $xy^i z$ que não é uma expressão regular válida sobre Σ.

- Considere o conjunto de todas as gramáticas livres de contexto que podem ser construídas sobre V. Prove que esse conjunto é regular.

  Considere $V=\Sigma\cup N$. Então, o conjunto de todas as gramáticas que podem ser construídas sobre V é R^*R, onde $R=N\rightarrow V^*NV^*$. Portanto, a linguagem em questão é regular.

8ª - (1 ponto) Descreva os diversos tipos de reconhecedor estudados em sala de aula, destacando as suas semelhanças e diferenças, bem com o seu poder relativo.

Autômato finito: composto por máquina de estados finitos, fita de entrada limitada ao tamanho da cadeia (leitura apenas, acesso da esquerda para a direita) e sem memória auxiliar - reconhecem as linguagens regulares. Autômato de pilha: composto por máquina de estados finitos, fita de entrada limitada ao tamanho da cadeia (leitura apenas, acesso da esquerda para a direita) e dotado de memória auxiliar ilimitada, estruturada na forma de uma pilha - reconhecem as linguagens livres de contexto. Máquina de Turing com fita limitada: composta por máquina de estados finitos e fita de entrada de comprimento limitado, acesso em ambos os sentidos e possibilidade de escrita além de leitura - reconhecem as linguagens sensíveis ao contexto. Máquina de Turing (sem limitação de fita): idem ao anterior, sem limitação no tamanho da fita de entrada - aceitam as linguagens recursivamente enumeráveis.